Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2011 года

ВАРИАНТ 111.

1. Вычислите значение функции $x^2 - 0,625\,x - \frac{1}{8}$ в точке $x = \frac{4}{5}$.

2. Решите уравнение $(\sin x + \cos x)^2 = 1$.

3. Решите уравнение

$$\log_2(3x - 4) = \log_4(2 - x).$$

4. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{5x+3} - 1}{\sqrt{3x+2} - 1} > 1.$$

5. Медианы AL и BM треугольника ABC пересекаются в точке K. Найдите длину отрезка CK, если $AB = \sqrt{3}$ и известно, что вокруг четырехугольника $KLCM$ можно описать окружность.

6. Найдите наибольшее из значений функции

$$\frac{9^x}{4^x - 6^x + 9^x}$$

и точку x, в которой это значение достигается.

7. В закрытой коробке, имеющей форму куба со стороной 5, лежат два шара. Радиус первого из них равен 2. Этот шар касается плоскости основания и двух соседних боковых граней куба. Второй шар касается двух других боковых граней куба, плоскости основания и первого шара. Чему равен радиус второго шара?

8. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 2x^2 + 4xy + 11y^2 \le 1, \\ 4x + 7y \ge 3. \end{cases}$$

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2011 года

ВАРИАНТ 112.

1. Вычислите значение функции $\dfrac{x^2-5}{x-0,2}$ в точке $x=\dfrac{9}{4}$.

2. Решите уравнение $(\sin x+\cos x)^2=2$.

3. Решите уравнение

$$\log_3(5-2x)=\log_9(5+x).$$

4. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{1-x}-1}{\sqrt{2+3x}-1}<1.$$

5. Медианы AP и BQ треугольника ABC пересекаются в точке D. Найдите длину отрезка AB, если $CD=\sqrt{12}$ и известно, что вокруг четырехугольника $PCQD$ можно описать окружность.

6. Найдите наибольшее из значений функции

$$\frac{6^x}{9^{x+1}+6^x+4^{x-1}}$$

и точку x, в которой это значение достигается.

7. Внутри куба с ребром 3 расположены две сферы. Первая касается плоскости основания и двух соседних боковых граней куба. Вторая сфера касается тех же двух боковых граней, грани куба, параллельной основанию, и первой сферы. Чему равен радиус второй сферы, если радиус первой равен 1?

8. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 3x^2+4xy+12y^2\le 1,\\ 5x+6y\le -3. \end{cases}$$

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2011 года

ВАРИАНТ 113.

1. Вычислите значение функции $0,125\,x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}$ в точке $x = \frac{1}{2}$.

2. Решите уравнение $(\cos x - \sin x)^2 = 1$.

3. Решите уравнение

$$\log_2(1 - 3x) = \log_4(5x - 1).$$

4. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{4x-2}-1}{\sqrt{3x-1}-1} > 1.$$

5. Медианы KC и LD треугольника KLM пересекаются в точке E. Найдите длину отрезка EM, если $KL = 3$ и известно, что вокруг четырехугольника $ECMD$ можно описать окружность.

6. Найдите наибольшее из значений функции

$$\frac{4^x}{2 \cdot 5^{2x} - 10^x + 4^x}$$

и точку x, в которой это значение достигается.

7. В закрытой коробке, имеющей форму куба со стороной 8, лежат два шара. Радиус первого из них равен 2. Он касается плоскости основания и двух соседних боковых граней куба. Второй шар радиуса 3 касается двух других боковых граней куба и первого шара. На какой высоте над дном коробки находится центр второго шара?

8. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4x^2 - 2xy + 7y^2 \le 1, \\ 2x - 5y \ge 2. \end{cases}$$

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2011 года

ВАРИАНТ 114.

1. Вычислите значение функции $\dfrac{x^2-1,75}{x+5}$ в точке $x=\dfrac{4}{3}$.

2. Решите уравнение $(\sin x-\cos x)^2=2$.

3. Решите уравнение

$$\log_3(2x+1)=\log_9(4+3x).$$

4. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{1-3x}-1}{\sqrt{2+x}-1}<1.$$

5. Медианы PE и QF треугольника PQR пересекаются в точке S. Найдите длину отрезка PQ, если $SR=2$ и известно, что вокруг четырехугольника $SERF$ можно описать окружность.

6. Найдите наибольшее из значений функции

$$\frac{10^x}{25^{x-1}+10^x+4^{x+1}}.$$

7. В кубе с ребром 1 расположены две сферы различных радиусов. Первая касается плоскости основания и двух соседних боковых граней куба. Вторая сфера касается двух других боковых граней куба, грани куба, параллельной основанию, и первого шара. Чему равна сумма радиусов сфер?

8. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 5x^2-2xy+9y^2\le 1,\\ 3x-5y\le -2. \end{cases}$$