Вступительный экзамен по математике
для поступающих в магистратуру МГУ имени М. В. Ломоносова
по направлениям «Математика», «Математика и компьютерные науки»,
«Механика и математическое моделирование»
2022 год

Вариант 2022-07-26

1. Найдите наибольшее значение функции $z = x^2 - y^2$ на прямой $y = 2x - 3$.

2. Решите в целых числах уравнение $40x + y = 5xy$.

3. Плотность распределения случайной величины ξ задана формулой

$$p_\xi(x) = \max\left(0, \frac{1}{2} - \frac{1}{4}|x - 3|\right).$$

Найдите $\mathrm{P}(\xi \leqslant 4)$.

4. Решите в комплексных числах уравнение $z^3 + iz^2 + 2i = 0$.

5. Найдите площадь фигуры на плоскости aOb, состоящей из всех точек (a, b), для которых

$$\max_{x \in [0;1]} |ax + b| \leqslant 1.$$

6. При каждом $a > 0$ исследуйте на сходимость числовой ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n-1}}{(an^2 + n + 1)^{(n+1)/2}}.$$

7. Вычислите повторный интеграл

$$\int_0^1 dx \int_x^1 dy \int_y^1 e^{z^3}\, dz.$$

8. Найдите все точки равновесия системы

$$\begin{cases} \dot{x} = y - x - x^2 \\ \dot{y} = 3x - y - x^2 \end{cases}$$

и для каждой точки определите, является ли соответствующее решение устойчивым.