Вступительный экзамен по математике
для поступающих в магистратуру МГУ имени М. В. Ломоносова
по направлениям «Математика», «Математика и компьютерные науки»,
«Механика и математическое моделирование»
2020 год

Вариант 2020-06-23

1. Найдите производную функции $y = \dfrac{2 + x^2}{\sqrt{1 + x^2}}$.

2. Найдите интеграл
$$\int \frac{2x - 7}{\sqrt{3x + 1}}\, dx.$$

3. Изобразите в координатной плоскости xOy фигуру, заданную соотношением
$$|x| + |y| = 1.$$

4. Определите координаты центра и радиус сферы $x^2 + y^2 + z^2 - 12x + 4y - 6z = 0$.

5. Матрица $W = \begin{bmatrix} b & Ab & A^2b \end{bmatrix}$, где
$$b = \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ 0 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$
Определите все значения x, при которых $\det W \neq 0$.

6. Исследуйте на сходимость ряд $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$.

7. Найдите
1) образ области $\{z = x + iy : x \in [0, \ln 3], y \in [0, \pi]\}$ под действием функции e^z;
2) площадь этого образа.

8. Решите дифференциальное уравнение $\ddot{x} - 3\dot{x} + 2x = \sin t$.