

# ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЁВЫ ГОРЫ!»

Задания заочного тура по МАТЕМАТИКЕ  
2015/2016 учебный год

## 7-8 Классы

1. Деревни “Верхние Васюки” и “Нижние Васюки” расположены на берегу реки. Пароход проходит расстояние от Верхних до Нижних Васюков за один час, а катер — за 45 минут. Известно, что скорость катера в стоячей воде в два раза больше скорости парохода (тоже в стоящей воде). Определите, какое время потребуется плоту, чтобы спуститься из Верхних Васюков в Нижние Васюки?
2. Сколькими способами можно разместить числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 в девяти клетках фигуры, изображенной на рисунке, так, чтобы сумма чисел в каждом столбце, начиная со второго, была на 1 больше, чем в предыдущем?



3. Решите ребус (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные).  
ч е т ы р е  
+  
ч е т ы р е  
-----  
в о с е м ь
4. Доска для игры в «морской бой» имеет размер  $10 \times 10$ . Какое наибольшее число кораблей размера  $1 \times 4$  можно разместить на ней?
5. Пусть  $\Sigma(n)$  обозначает сумму цифр числа  $n$ . Найдите наименьшее трехзначное  $n$ , такое, что  $\Sigma(n) = \Sigma(2n) = \Sigma(3n) = \dots = \Sigma(n^2)$
6. Сравните числа

$$\left(1 + \frac{1}{1755}\right) \left(1 + \frac{1}{1756}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2015}\right) \text{ и } \sqrt{\frac{8}{7}}.$$

7. Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} x^3 + y^2 - 3y + 1 < 0, \\ 3x^3 - y^2 + 3y > 0. \end{cases}$$

8. Несколько автобусов (больше трех) в начале рабочего дня поочередно выезжают с постоянными и одинаковыми скоростями из одного пункта в другой. По прибытии в конечный пункт каждый из них, не задерживаясь, разворачивается и едет в обратном направлении. Все

автобусы делают одинаковое число рейсов туда и обратно, причем первый автобус заканчивает первый рейс позже, чем в первый рейс выезжает последний автобус. Каждый водитель подсчитал, сколько раз в течение дня он встретился с остальными автобусами, и в сумме у всех водителей получилось число 300. Сколько было автобусов и сколько рейсов они совершили?