

Вариант 21.06.2012
вступительный экзамен
для поступающих в магистратуру
механико-математического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова
по направлениям "Математика" , "Математика и компьютерные науки"
2012 год

1. Построить график функции $y = (1 + x^2)e^{-x^2}$.

Для построения графика необходимо 1) определить область существования этой функции и исследовать поведение функции в граничных точках последней, 2) выяснить симметрию графика и периодичность, 3) найти точки разрыва функции и промежутки непрерывности, 4) определить нули функции и области постоянства знака, 5) найти точки экстремума и выяснить промежутки возрастания и убывания функции, 6) определить точки перегиба и установить промежутки вогнутости определенного знака графика функции, 7) найти асимптоты в случае существования таковых.

2. Вычислите

$$\int x e^x \sin x dx.$$

3. Найти угол между двумя различными касательными, проведенными к эллипсу, заданному уравнением $x^2 + xy + 2y^2 = 1$, из точки с координатами $(1; 2)$.

4. Решите систему дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2x + y + z \\ \dot{y} &= -2x - z \\ \dot{z} &= 2x + y + 2z\end{aligned}$$

5. Вычислите

$$\begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}^n$$

В ответе приведите как зависит результат от n и от φ ?