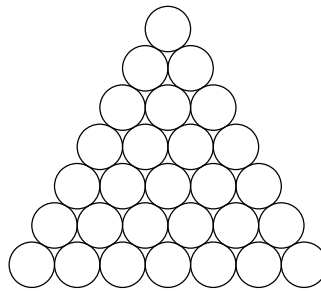


**Задача № 1.** КУБ является кубом. Докажите, что ШАР кубом не является. (КУБ и ШАР — трёхзначные числа, разные буквы обозначают различные цифры.)

**Задача № 2.** На столе в виде треугольника выложены 28 монет одинакового размера (см. рис.). Известно, что суммарная масса любой тройки монет, которые попарно касаются друг друга, равна 10 г. Найдите суммарную массу всех 18 монет на границе треугольника.

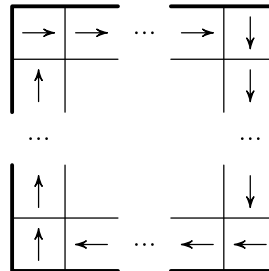


**Задача № 3.** В треугольнике  $ABC$  точка  $M$  — середина стороны  $AC$ , точка  $P$  лежит на стороне  $BC$ . Отрезок  $AP$  пересекает  $BM$  в точке  $O$ . Оказалось, что  $BO = BP$ . Найдите отношение  $OM : PC$ .

**Задача № 4.** Тридцать три богатыря едут верхом по кольцевой дороге против часовой стрелки. Могут ли они ехать неограниченно долго с различными постоянными скоростями, если на дороге есть только одна точка, в которой богатыри имеют возможность обгонять друг друга?

**Задача № 5.** В треугольнике  $ABC$  точка  $I$  — центр вписанной окружности. Точки  $M$  и  $N$  — середины сторон  $BC$  и  $AC$  соответственно. Известно, что угол  $AIN$  прямой. Докажите, что угол  $VIM$  — также прямой.

**Задача № 6.** В некоторых клетках квадрата  $20 \times 20$  стоит стрелочка в одном из четырёх направлений. На границе квадрата все стрелочки смотрят вдоль границы по часовой стрелке (см. рис.). Кроме того, стрелочки в соседних (возможно, по диагонали) клетках не смотрят в противоположных направлениях. Докажите, что найдётся клетка, в которой стрелочки нет.



# LXXIII Московская математическая олимпиада

9 класс

14.03.2010

**Задача № 1.** Съев на пустой желудок трёх поросят и семерых козлят, Серый Волк все ещё страдал от голода. Зато в другой раз он съел на пустой желудок 7 поросят и козлёнка и страдал уже от обжорства. От чего пострадает Волк, если съест на пустой желудок 11 козлят?

**Задача № 2.** На стороне  $AB$  прямоугольника  $ABCD$  выбрана точка  $M$ . Через эту точку проведён перпендикуляр к прямой  $CM$ , который пересекает сторону  $AD$  в точке  $E$ . Точка  $P$  — основание перпендикуляра, опущенного из точки  $M$  на прямую  $CE$ . Найдите угол  $APB$ .

**Задача № 3.** У каждого жителя города Тьмутаракань есть свои тараканы, не у всех поровну. Два таракана являются *товарищами*, если у них общий хозяин (в частности, каждый таракан сам себе товарищ). Что больше: среднее количество тараканов, которыми владеет житель города, или среднее количество товарищей у таракана?

**Задача № 4.** На окружности расставлены 2009 чисел, каждое из которых равно  $+1$  или  $-1$ , причём не все числа одинаковые. Рассмотрим всевозможные десятки подряд стоящих чисел. Найдём произведения чисел в каждом десятке и сложим их. Какая наибольшая сумма может получиться?

**Задача № 5.** Дана незамкнутая несамопересекающаяся ломаная из 37 звеньев. Через каждое звено провели прямую. Какое наименьшее число различных прямых могло получиться?

**Задача № 6.** Голя хочет получить из данного натурального числа однозначное. Для этого разрешается расставить между цифрами плюсы произвольным образом и вычислить сумму (например, из числа  $123456789$  можно получить  $12345 + 6 + 789 = 13140$ ). С полученным числом снова разрешается сделать подобную операцию, и так далее. Докажите, что за 10 операций всегда можно получить однозначное число.

---

Восьмая устная олимпиада по геометрии для 8–11 классов  
состоится 11 апреля 2010 года.

Подробную информацию смотрите на сайте <http://olympiads.mccme.ru/ustn/>

---

Заккрытие LXXIII Московской математической олимпиады  
пройдёт в субботу 3 апреля 2010 года в Главном здании МГУ.  
Подробную информацию смотрите на сайте <http://www.mccme.ru/mmo/>

# LXXIII Московская математическая олимпиада

10 класс

14.03.2010

**Задача № 1.** Известно, что сумма любых двух из трёх квадратных трёхчленов  $x^2 + ax + b$ ,  $x^2 + cx + d$ ,  $x^2 + ex + f$  не имеет корней. Может ли сумма всех этих трёхчленов иметь корни?

**Задача № 2.** Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD = a$  и  $BC = b$ . Точки  $M$  и  $N$  лежат на сторонах  $AB$  и  $CD$  соответственно, причём отрезок  $MN$  параллелен основаниям трапеции. Диагональ  $AC$  пересекает этот отрезок в точке  $O$ . Найдите  $MN$ , если известно, что площади треугольников  $AMO$  и  $CNO$  равны.

**Задача № 3.** Можно ли, применяя к числу 2 функции  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\operatorname{tg}$ ,  $\operatorname{ctg}$ ,  $\operatorname{arcsin}$ ,  $\operatorname{arccos}$ ,  $\operatorname{arctg}$ ,  $\operatorname{arcctg}$  в любом количестве и в любом порядке, получить число 2010?

**Задача № 4.** Сумма цифр числа  $n$  равна 100. Может ли сумма цифр числа  $n^3$  равняться 100<sup>3</sup>?

**Задача № 5.** В неравностороннем треугольнике две медианы равны двум высотам. Найдите отношение третьей медианы к третьей высоте.

**Задача № 6.** На плоскости отметили  $4n$  точек, после чего соединили отрезками все пары точек, расстояние между которыми равно 1 см. Оказалось, что среди любых  $n + 1$  точек обязательно есть две, соединённые отрезком. Докажите, что всего проведено не менее  $7n$  отрезков.

---

Восьмая устная олимпиада по геометрии для 8–11 классов  
состоится 11 апреля 2010 года.

Подробную информацию смотрите на сайте <http://olympiads.mccme.ru/ustn/>

---

Заккрытие LXXIII Московской математической олимпиады  
пройдёт в субботу 3 апреля 2010 года в Главном здании МГУ.  
Подробную информацию смотрите на сайте <http://www.mccme.ru/mmo/>