

Вариант очного тура 10-11 класс весна 2014 год.

1. Приборы показали, что юго-западный ветер дует под углом 60° к меридиану со скоростью 10 м/с. С какой собственной скоростью должен лететь самолет, чтобы за полтора часа пролететь в северном направлении вдоль меридиана 900 км? Дайте как точный ответ, так и ответ, округленный до ближайшего целого числа.

Ответ: $\sqrt{339696} = 12\sqrt{2359} \approx 583$ км/ч.

2. С борта неподвижного аэростата, находящегося на некоторой высоте над плоской поверхностью, производится наблюдение над тремя лежащими на этой поверхности объектами: A , B и C . При этом все три угла, под которыми видны с аэростата три отрезка AB , BC и AC , – прямые. Может ли расстояние между объектами A и B быть равным 24 км, если расстояние между B и C равно 12 км, а расстояние между A и C равно 20 км? Укажите все значения, которые может принимать расстояние между объектами A и B .

Ответ: а) не может;

б) от 16 до $\sqrt{544} = 4\sqrt{34}$ км (не включая эти значения).

3. Хитрый волк, засевший в 20 метрах севернее и в 10 метрах восточнее могучего дуба, в момент времени $t = 0$ заметил зайца в 20 метрах севернее от себя. Волк знает, что заяц движется по закону:

$x = x_0 + at$, $y = y_0 + bt^2$, где начало системы координат – могучий дуб, ось x направлена на восток, ось y – на север, расстояния x , x_0 , y , y_0 измеряются в метрах, t – время в секундах, $a = 12$ м/с, $b = 1$ м/с².

Произведя мгновенный расчет, волк стартовал и побегал строго по прямой с постоянной скоростью 15 м/с без поворотов и остановок. Есть ли у него возможность поймать зайца? Если да, то через какое время это может произойти?

Ответ: да; через 4 секунды.

4. Жители дома решили построить во дворе ледяную горку для детей. Склон горки прямолинейный и настолько длинный, что, разогнавшись, санки двигаются по склону с постоянной скоростью, определяемой балансом силы тяжести и силы сопротивления, направленной против вектора скорости. Каким следует выбрать угол наклона склона горки к горизонту, чтобы горизонтальная составляющая скорости санок была наибольшей? Считать, что сила сопротивления движению пропорциональна второй степени скорости санок.

Ответ: $\alpha = \arctg \frac{1}{\sqrt{2}}$.

5. Старшеклассник в школьной лаборатории проводил испытания с небольшой порцией идеального одноатомного газа. Оборудование позволяло совершать только изобарный и изохорный процессы так, что давление и объем могли меняться только в целое число раз. Ему удалось заставить газ совершить замкнутый цикл, КПД которого оказался равен $8/33$. Какое максимальное значение может принимать отношение максимального объема к минимальному в этом цикле.

Ответ: 5.

6. Движение точки вдоль прямой фиксируется фотоаппаратом со стробоскопом, дающим каждую секунду вспышки, первая из которых синхронизирована с началом движения точки.

При анализе фотоснимков ввели координату точки $x(t)$, $t \geq 0$, $x(0) = 0$ и установили, что за каждый секундный промежуток между вспышками изменение координаты точки прямо пропорционально такому изменению за предыдущий промежуток между вспышками. Кроме того, через n секунд после начала движения (т.е. в момент $n+1$ вспышки) оказалось, что $x(n) = nx(1)$.

а) При каких натуральных значениях n из приведенных выше условий следует, что за каждый промежуток между вспышками изменение координаты точки одинаково? б) При каких натуральных n существует движение точки, отличное от описанного в пункте а)?

Ответ: при четных n за каждую секунду проходятся одинаковые расстояния; при нечетных – возможно другое движение.