

**олимпиада школьников «Ломоносов» 2012/2013 учебного года по механике и
математическому моделированию**

Вариант очного тура 9 класс весна 2013 год.

1. Гаврила с Глафирой взяли стакан, заполненный до краев водой, и немного воды вылили в три формочки для льда, положив их потом в морозильник. Когда лед замерз, получившиеся три кубика положили обратно в стакан.

Гаврила предсказал, что часть воды из стакана выльется, так как при замерзании лед расширился в объеме. Глафира же утверждала, что уровень воды будет ниже края стакана, так как часть плавающего льда будет выступать над поверхностью воды. Кто же прав и почему?

Ответ: Не прав никто. Вода будет заполнять стакан до краев.

2. Перворазрядник Чуков пробегает один круг по пересеченной местности на три минуты быстрее, чем его одноклассник Геков (оба они бегут с постоянной скоростью). Если они побегут одновременно из одного места этого круга, но в разные стороны, то встретятся не ранее, чем через две минуты, а если они стартуют из одного места в одну сторону, то Чуков обгонит Гекова на круг не позже, чем через 18 минут. Определите, какие значения может принимать время, за которое Чуков пробегает один круг.

Ответ: От 3 до 6 минут (включая 3 и 6).

3. Из точки, находящейся на поверхности земли, по всем направлениям с одинаковой скоростью 10 м/с выпускают большое количество маленьких шариков. Среди всех шариков, упавших от точки старта на расстоянии не ближе, чем 96% от расстояния, на котором упал дальше всех улетевший шарик, найдите тот, который проведет в полете наибольшее время. Чему равно это время? Ответ выразите в секундах и округлите до одного знака после запятой. Ускорение свободного падения 10 м/с².

Ответ: 1,6 секунды.

4. Три шкива с параллельными осями и одинаковыми радиусами $r = 2$ см должны быть соединены плоской ременной передачей. Расстояние между осями вращения шкивов O_1 и O_2 равно 12 см, а между осями вращения шкивов O_1 и O_3 равно 10 см. Расстояние от оси O_3 до плоскости, в которой находятся оси O_1 и O_2 , равно 8 см. Определите длину ремня для передачи, который изготавливается путём сшивания концов нерастяжимого прорезиненного шнура (считаем, что длина ремня равна длине этого шнура). Всегда ли для его изготовления хватит шнура длиной 54 см?

Ответ: а) $32 + 4\pi$ см или $22 + 2\sqrt{97} + 4\pi$ см;

б) не всегда.

5. Сосуд заполнен холодной водой. С этим сосудом проделывают следующую процедуру: отливают три четверти холодной воды и доливают до первоначального объема горячей водой. При этом температура воды в сосуде увеличивается на 16°C. После этого процедуру повторяют несколько раз: отливают три четверти объема воды и доливают до первоначального объема горячей водой (той же температуры).

а) За какое количество процедур температура воды в сосуде будет отличаться от температуры горячей воды на 0,5°C ?

б) Возможно ли добиться того, чтобы температура воды в сосуде отличалась от температуры горячей воды ровно 3°C?

Ответ: а) невозможно б) невозможно