

Вариант очного тура 10-11 класс весна 2013 год.

1. Перворазрядник Чуков пробегает один круг по пересеченной местности на три минуты быстрее, чем его одноклассник Геков (оба они бегут с постоянной скоростью). Если они побегут одновременно из одного места этого круга, но в разные стороны, то встретятся не ранее, чем через две минуты, а если они стартуют из одного места в одну сторону, то Чуков обгонит Гекова на круг не позже, чем через 18 минут. Определите, какие значения может принимать время, за которое Чуков пробегает один круг.

Ответ: От 3 до 6 минут (включая 3 и 6).

2. Из точки, находящейся на поверхности земли, по всем направлениям с одинаковой скоростью 10 м/с выпускают большое количество маленьких шариков. Среди всех шариков, упавших от точки старта на расстоянии не ближе, чем 96% от расстояния, на котором упал дальше всех улетевший шарик, найдите тот, который проведет в полете наибольшее время. Чему равно это время? Ответ выразите в секундах и округлите до одного знака после запятой. Ускорение свободного падения 10 м/с^2 .

Ответ: 1,6 секунды.

3. Три шкива с параллельными осями и одинаковыми радиусами $r = 2$ см должны быть соединены плоской ременной передачей. Расстояние между осями вращения шкивов O_1 и O_2 равно 12 см, а между осями вращения шкивов O_1 и O_3 равно 10 см. Расстояние от оси O_3 до плоскости, в которой находятся оси O_1 и O_2 , равно 8 см. Определите длину ремня для передачи, который изготавливается путём сшивания концов нерастяжимого прорезиненного шнура (считаем, что длина ремня равна длине этого шнура). Всегда ли для его изготовления хватит шнура длиной 54 см?

Ответ: а) $32 + 4\pi$ см или $22 + 2\sqrt{97} + 4\pi$ см; б) не всегда.

4. При изучении работы нового типа теплового двигателя, работающего циклически, было обнаружено, что часть периода он получает тепло, причем абсолютная величина мощности теплоподвода выражается законом: $P_1(t) = P_0 \frac{\sin \omega t}{100 + \sin^2 t}$, $0 < t < \frac{\pi}{\omega}$. Газ совершает работу, развивая механическую

мощность $P_2(t) = 3P_0 \frac{\sin(2\omega t)}{100 + \sin(2t)^2}$, $0 < t < \frac{\pi}{2\omega}$. Работа над газом, которую совершают внешние тела,

составляет $2/3$ от величины совершенной газом работы. Определите КПД двигателя.

Ответ: $\frac{1}{2}$

5. Вся местность разбита на квадраты, обозначенные двумя целыми индексами M и N так, что, например, точка с координатами $x = 12,25$, $y = 20,9$ находится в квадрате номер $[12; 20]$, а точка с координатами $x = -12,34$, $y = 0,1239$ находится в квадрате номер $[-13; 0]$ и так далее. Загадочный объект

движется в плоскости Oxy по траектории $y = \left(\left((x^5 - 2013)^5 - 2013 \right)^5 - 2013 \right)^5$, а луч радара на местности

направлен вдоль линии $y = x + 2013$. Укажите номера всех квадратов, в которых радаром будет зарегистрировано появление загадочного объекта.

Ответ: $[4; 2017]$

6. Имеется очень много однородных круглых дисков одинаковой толщины и одинаковой плотности. Эти диски выставляют на горизонтальную доску так, что плоскость дисков вертикальна. Два соседних диска касаются друг друга, причем радиусы двух соседних дисков относятся как $2 : 1$. Диск слева всегда больше диска справа (см. рис). Радиус наибольшего диска равен 2 м. Определите расстояние от центра наибольшего диска до центра масс системы.

Ответ: $\frac{6}{7}$ м.