

Вариант 1.

1. На покраску дома жёлтой краски потребовалось больше, чем белой на 20%, а коричневой краски – на 25% меньше, чем жёлтой. На сколько процентов коричневой и жёлтой краски суммарно потребовалось больше, чем белой?

ОТВЕТ: НА 110%.

2. Решить уравнение $\sqrt{6} \cos x + \sqrt{2} |\sin x| = 2$.

ОТВЕТ: $x = \pm \frac{5\pi}{12} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

3. Решить неравенство $\log_{x^2+4x+3}(x-4)^2 \cdot \log_{-x^2+3x+4}(3-x)^3 \leq 0$.

ОТВЕТ: $x \in \left(\frac{3-\sqrt{21}}{2}; -2 + \sqrt{2}\right) \cup [2; 3)$.

4. В трапеции $ABCD$, где $BC \parallel AD$, а диагонали пересекаются в точке O , на отрезке BC выбрана точка K так, что $BK : CK = 2 : 3$, а на отрезке AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 3 : 2$. Найти площадь треугольника COD , если $AD = 7$, $BC = 3$, $KM = 6$ а $\cos \angle CAD = 1/5$.

ОТВЕТ: $S_{COD} = \frac{126\sqrt{6}}{125}$.

5. Функция $f(t)$ с областью определения $D(f) = [1, +\infty)$ удовлетворяет уравнению $f\left(\frac{4^y+4^{-y}}{2}\right) = y$ для любого $y \geq 0$. Для каждого значения $a \neq 0$ найти все решения неравенства $f\left(\frac{a}{x+2a}\right) \leq 1$.

ОТВЕТ: При $a > 0$: $x \in \left[-\frac{26a}{17}; -a\right]$. При $a < 0$: $x \in [-a; -\frac{26a}{17}]$.

6. В коробке у Маши лежит 25 новогодних шаров, которыми Маша начинает украшать елку. Каждый шар она сначала в течение 10 секунд выбирает в коробке, а затем в течение 15 секунд вешает на елку. Два ее младших брата Саша и Паша незаметно снимают шары с елки и прячут среди своих игрушек. Дождавшись момента, когда Маша начинает искать в коробке очередной шар, один из братьев (но не оба) может снять с елки один шар (на это ему требуется ровно 10 секунд). После этого, на то, чтобы спрятать украденный шар, у Саши уходит 50 секунд, после чего он готов украсть с елки следующий шар, а Паша прячет шар за одну минуту и 50 секунд. Какое наименьшее число шаров может висеть на елке в тот момент, когда Маша повесит свой последний шар?

ОТВЕТ: 12.

7. Три велосипедиста одновременно начинают двигаться в одной плоскости по трем concentрическим окружностям с общим центром O и радиусами $R_1 = 20$ м для первого, $R_2 = 40$ м для второго и $R_3 = 80$ м для третьего велосипедиста. В начальный момент времени велосипедисты находятся на одном луче с вершиной в точке O . Все велосипедисты двигаются против часовой стрелки с постоянными скоростями, причем скорость первого велосипедиста в два раза больше скорости второго, но в два раза меньше скорости третьего. Велосипедисты продолжают свое движение до тех пор, пока не закончит свой полный круг последний из них (тот, кто потратит на объезд своего круга больше всего времени). Сколько раз за это время они окажутся на одной прямой, не проходящей через центр O ?

ОТВЕТ: 2 РАЗА.

8. В пирамиде $FABC$ $AB = BC$, $FB = FK$, где K — середина отрезка AC , а тангенс угла между плоскостями FAB и ABC относится к тангенсу угла между плоскостями FBC и ABC как 1 : 3. Плоскость π параллельна AB , делит ребро FC в отношении 1 : 4, считая от вершины F , и проходит через основание O высоты FO пирамиды $FABC$. Найти отношение объемов многогранников, на которые делит эта плоскость пирамиду $FABC$.

ОТВЕТ: 5 : 11 или 1 : 19.