

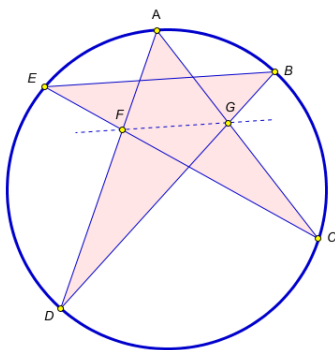
# ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ЛОМОНОСОВ»

Отборочный этап 2015/2016 учебного года

Задания по математике

9 Класс

1. В слове «ЛОМОНОСОВ» замените одинаковые буквы одинаковыми цифрами, а разные — разными, так, чтобы при этом получилось наибольшее возможное число, кратное 90.
2. Число  $\underbrace{99\dots9}_{999 \text{ цифр}}$  разложили на простые сомножители. Найдите количество сомножителей, равных 3, в этом разложении.
3. Пусть  $P(n) = n(n+1)(2n+1)(3n+1)(4n+1)$ . Найдите наибольший общий делитель чисел  $P(1), P(2), \dots, P(2015)$ .
4. В одном интернет-сообществе каждый из участников имеет ровно 22 друга (дружба обоюдная). При этом если два члена сети дружат, то у них нет общих друзей, а если не дружат, то у них ровно 6 общих друзей. Сколько человек в этом интернет-сообществе?
5. Сколькими различными способами можно разменять 1000 рублей, используя только рублевые, 5-рублевые и 10-рублевые монеты?
6. Числа  $x, y$  и  $z$  таковы, что  $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z} = 0$  и  $x \cdot y \cdot z \neq 0$ . Какие значения может принимать выражение  $\frac{(x+y+z)^3}{xyz}$ ?
7. В окружность вписана пятиконечная звезда  $ABCDE$  так, как показано на рисунке. При этом дуги  $AB$  и  $AE$  имеют одинаковую градусную меру. Пусть  $F$  — точка пересечения  $AD$  и  $CE$ , а  $G$  — точка пересечения  $AC$  и  $BD$ . Найдите угол между прямыми  $BE$  и  $FG$ .



8. Даны две параллельные прямые, расстояние между которыми равно 2 см, на каждой отмечено по 10 точек, идущих через 1 см. Нужно из этих 20 точек выбрать 9 таких точек, чтобы расстояние между любыми двумя из них было не менее 2 см. Сколькими способами это можно сделать?
9. При каких натуральных  $n$  существуют положительные числа  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , удовлетворяющие системе уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_n = 3; \\ \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n} = 3. \end{cases}$$

Укажите эти числа.