

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени
М. В. ЛОМОНОСОВА

Вступительное испытание по математике, июль 2019 года.

ВАРИАНТ ЕМ19

1. Найти в явном виде рациональное число, заданное выражением $\left(\frac{3\sqrt{3}}{8}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{8}{3\sqrt{3}}\right)^{\frac{2}{3}}$.
2. Положительные числа a, b, c образуют геометрическую прогрессию. Известно, что $a + c = 3$, $a^2 + c^2 = 5$. Найдите b .
3. Решите уравнение

$$8 \sin^4 x + 8 \cos^4 x = 8 \cos 2x + 9$$

4. Найдите боковую сторону BC трапеции $ABCD$ (с основаниями AB и CD), если известно, что $AB = 1$, $\angle ADB = 90^\circ$, $\angle ABD = \angle DBC$.
5. Решите неравенство

$$\log_{x^2+x}(x^2 - x) \geq \log_{x^2+x} 12.$$

6. Решите уравнение

$$\log_2(1 - x^2 - \sqrt{x}) = 2^{\sqrt{x}} - \cos(x^2).$$

7. Дана правильная треугольная призма $ABC A' B' C'$ с основаниями $ABC, A' B' C'$ и боковыми рёбрами AA', BB', CC' . Известно, что длина ребра основания равна 2, а длина бокового ребра равна 1. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через середину ребра AB и перпендикулярной отрезку, соединяющему середины рёбер $A' B'$ и BC .
8. Найдите все значения параметра b , при которых существуют целочисленные значения параметра a , такие что система уравнений

$$\begin{cases} 2^x + \sin y = a \\ x + \log_2(\sin y) = b \end{cases}$$

имеет хотя бы два решения $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$, удовлетворяющие условию $x_1 \neq x_2$.