

ВАРИАНТ EM18.

1. Найдите в явном виде натуральное число, заданное выражением  $\sqrt{\frac{(5 + \sqrt{13})(5 - \sqrt{13})}{3}}$ .
2. Известно, что сумма первых четырнадцати членов арифметической прогрессии на 2 больше суммы первых десяти членов. Найдите сумму первых двадцати четырёх членов этой прогрессии.
3. Решите уравнение  $\operatorname{tg}(\pi \cos x) = \operatorname{ctg}(\pi \sin x)$
4. В выпуклом пятиугольнике  $ABCDE$  диагональ  $BE$  параллельна стороне  $CD$  и пересекает диагональ  $AD$  в точке  $F$ . Найдите площадь треугольника  $ABE$ , если известно, что площадь треугольника  $ACF$  равна 1 и что  $BE : CD = 3 : 2$ .
5. Решите неравенство  $\log_{x+1} \left( 2x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} \right) \leq 2$ .
6. Найдите максимум выражения  $\frac{x}{x^2 + 36} + \frac{1}{x^2 - 12x + 40} + \cos 2\pi x$ .
7. Дан куб  $ABCD A' B' C' D'$  с основанием  $ABCD$  и боковыми рёбрами  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$ . Длины рёбер равны 1. На рёбрах  $AB$ ,  $CC'$ ,  $A'D'$  отмечены соответственно точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$ , так что  $AK = 1/3$ ,  $CL = 1/2$ . Найдите значение длины отрезка  $MD'$ , при котором площадь треугольника  $KLM$  минимальна.
8. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $x^4 + 2x^3 + ax^2 + 2x + 1 = 0$  имеет ровно одно решение.