

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Вступительное испытание по математике

июль 2015 года

ВАРИАНТ ЕМ15.

1. Найдите $f(4)$, если известно, что $f(x) = \frac{\sqrt{(5-x)(5+x)}}{5} + \frac{5}{x}$.
2. Решите уравнение $4^{x - \frac{1}{2}} = 1 + 2^{x-1}$.
3. Решите уравнение $4 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) \cos 2x - \sin 4x = 0$.
4. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Его диагонали AC и BD пересекаются в точке E . Найдите BD , если $AB = BC = 4$ и $BE = \sqrt{2}$.
5. Решите неравенство $\log_{|x-5|} \sqrt{x-3} \leq \frac{1}{4}$.
6. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 25(x^2 + y^2) + 100(x + y) + 56 \leq 0 \\ \sqrt{x^2 + y^2 + 4x + 10y + 29} + \sqrt{x^2 + y^2 + 12x + 4y + 40} \leq 5 \end{cases}$$

7. В пирамиду, в основании которой лежит ромб с острым углом 30° , вписана сфера радиуса 1. Найдите длину ребра основания пирамиды, если известно, что все её боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60° .
8. Найдите все такие вещественные a , при которых уравнение

$$a \cdot e^{2\sqrt{2}\cos x} = 1 - \cos 2x,$$

имеет ровно одно решение, принадлежащее интервалу $[0, \pi]$.