

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Вступительное испытание по математике

июль 2015 года

ВАРИАНТ ЕС152.

1. Найдите $f(5)$, если известно, что $f(x) = \frac{\sqrt{(x-3)(x+3)}}{3} + \frac{3}{x}$.

2. Решите уравнение $9^{x - \frac{1}{2}} = 1 + 2 \cdot 3^x - 1$.

3. Решите уравнение $4 \cos^2 x \sin 2x + \sin 4x = 0$.

4. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Его диагонали AC и BD пересекаются в точке E . Найдите BE , если $AB = BC = 1$ и $BD = \sqrt{5}$.

5. Решите неравенство $\log_{|x-9|} \sqrt{x-7} \leq \frac{1}{4}$.

6. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 25(x^2 + y^2) - 94 \leq 50(x + y) \\ \sqrt{x^2 + y^2 - 2x - 8y + 17} + \sqrt{x^2 + y^2 - 10x - 2y + 26} \leq 5 \end{cases}$$

7. В пирамиду, в основании которой лежит ромб с острым углом 30° и сторонами длины $\sqrt{3}$, вписана сфера. Найдите её радиус, если известно, что все боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под углом 60° .

8. Найдите все такие вещественные a , при которых уравнение

$$e^{2(\sin x - \cos x)} = a(1 + \sin 2x),$$

имеет ровно одно решение, принадлежащее интервалу $[-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$.