

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Вступительное испытание по математике

июль 2015 года

ВАРИАНТ ЕС151.

1. Найдите $f(3)$, если известно, что $f(x) = \frac{\sqrt{(5-x)(5+x)}}{5} + \frac{5}{x}$.

2. Решите уравнение $25^x - \frac{1}{2} = 1 - 4 \cdot 5^x - 1$.

3. Решите уравнение $4 \sin^2 x \sin 2x - \sin 4x = 0$.

4. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Его диагонали AC и BD пересекаются в точке E . Найдите BD , если $AB = BC = \sqrt{3}$ и $BE = 1$.

5. Решите неравенство $\log_{|x-7|} \sqrt{x-5} \leq \frac{1}{4}$.

6. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 25(x^2 + y^2) + 56 \leq 100(x + y) \\ \sqrt{x^2 + y^2 - 4x - 10y + 29} + \sqrt{x^2 + y^2 - 12x - 4y + 40} \leq 5 \end{cases}$$

7. В пирамиду, в основании которой лежит ромб с острым углом 30° , вписана сфера радиуса $\sqrt{3}$. Найдите длину ребра основания пирамиды, если известно, что все её боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60° .

8. Найдите все такие вещественные a , при которых уравнение

$$a \cdot e^{2\sqrt{2}\sin x} = 1 + \cos 2x,$$

имеет ровно одно решение, принадлежащее интервалу $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.