

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2013 года

ВАРИАНТ Р131.

1. Про квадратный трехчлен $f(x) = ax^2 + bx + c$ известно, что $b = 7$ и что $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{11}{3}$. Найдите $f(-\frac{1}{3})$.

2. Вычислите $(\log_4 3)^{\frac{\log_4 3}{\log_2(\log_4 3)}}$.

3. Решите неравенство

$$(2x^2 - 2x + 1)^{x^2-2x} \leq 1.$$

4. Решите уравнение

$$\frac{\tg 2x - 2 \sin x}{\tg 2x + 2 \sin x} = 0.$$

5. Из села Покровское до села Успенское ведут две дороги: одна через деревню Ивановка, другая через деревню Павловка — обе длиной в 6 км. Иван и Павел отправились ровно в полдень из Покровского в Успенское, Иван — через Ивановку, Павел — через Павловку. Иван сразу сел на автобус, доехал до Ивановки, а оттуда пошел в Успенское пешком. Павел же пошел до Павловки пешком, дошел до нее в 12:30 — ровно в тот момент, когда Иван приехал в Успенское, тут же сел в Павловке на автобус и поехал в Успенское, куда приехал в 12:40. Найдите расстояние от Ивановки до Успенского, если известно, что Иван и Павел шли со скоростью 4 км/ч, а автобусы двигались с равными постоянными скоростями.

6. В треугольнике ABC проведены медианы AE и BD . Известно, что углы $\angle EAB$ и $\angle DBC$ равны, причем их косинусы равны $\sqrt{\frac{2}{3}}$. Найдите BC , если $AB = 1$.

7. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$|\ln(2(ax+1) - (x^2 + a^2))| = 2x$$

имеет ровно одно решение.

8. В основании прямой призмы лежит правильный треугольник ABC со стороной 1. На двух ребрах верхнего основания отмечены точки K и L , так что $KL \parallel AC$. Известно, что треугольник KMB , где M — середина ребра AC , является правильным. Найдите объем тетраэдра $KLMB$.