

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2011 года

ВАРИАНТ 112.

1. Вычислите значение функции $\frac{x^2 - 5}{x - 0,2}$ в точке $x = \frac{9}{4}$.

2. Решите уравнение $(\sin x + \cos x)^2 = 2$.

3. Решите уравнение

$$\log_3(5 - 2x) = \log_9(5 + x).$$

4. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{1-x}-1}{\sqrt{2+3x}-1} < 1.$$

5. Медианы AP и BQ треугольника ABC пересекаются в точке D . Найдите длину отрезка AB , если $CD = \sqrt{12}$ и известно, что вокруг четырехугольника $PCQD$ можно описать окружность.

6. Найдите наибольшее из значений функции

$$\frac{6^x}{9^{x+1} + 6^x + 4^{x-1}}$$

и точку x , в которой это значение достигается.

7. Внутри куба с ребром 3 расположены две сферы. Первая касается плоскости основания и двух соседних боковых граней куба. Вторая сфера касается тех же двух боковых граней, грани куба, параллельной основанию, и первой сферы. Чему равен радиус второй сферы, если радиус первой равен 1?

8. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 3x^2 + 4xy + 12y^2 \leq 1, \\ 5x + 6y \leq -3. \end{cases}$$