

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2011 года

ВАРИАНТ 111.

1. Вычислите значение функции  $x^2 - 0,625x - \frac{1}{8}$  в точке  $x = \frac{4}{5}$ .

2. Решите уравнение  $(\sin x + \cos x)^2 = 1$ .

3. Решите уравнение

$$\log_2(3x - 4) = \log_4(2 - x).$$

4. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{5x + 3} - 1}{\sqrt{3x + 2} - 1} > 1.$$

5. Медианы  $AL$  и  $BM$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите длину отрезка  $CK$ , если  $AB = \sqrt{3}$  и известно, что вокруг четырехугольника  $KLCM$  можно описать окружность.

6. Найдите наибольшее из значений функции

$$\frac{9^x}{4^x - 6^x + 9^x}$$

и точку  $x$ , в которой это значение достигается.

7. В закрытой коробке, имеющей форму куба со стороной 5, лежат два шара. Радиус первого из них равен 2. Этот шар касается плоскости основания и двух соседних боковых граней куба. Второй шар касается двух других боковых граней куба, плоскости основания и первого шара. Чему равен радиус второго шара?

8. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 2x^2 + 4xy + 11y^2 \leq 1, \\ 4x + 7y \geq 3. \end{cases}$$