

Вступительный экзамен по математике
для поступающих в магистратуру МГУ имени М. В. Ломоносова
по направлениям «Математика», «Математика и компьютерные науки»,
«Механика и математическое моделирование»
2020 год

Вариант 2020-07-22-1

1. Напишите уравнение плоскости, проходящей через прямую, заданную каноническими уравнениями $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{3}$, и точку $(3; 4; 0)$.

2. Функция $y = y(x)$ задана неявно уравнением $xy + \ln(xy) = 1$. Найдите $y'(2)$.

3. Найдите площадь фигуры на координатной плоскости, ограниченной кривыми

$$y = \cos \pi x, \quad 4x^2 = y + 1.$$

4. Изобразите на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих уравнению

$$|z + i| + |z - i| = 4.$$

5. а) Решите дифференциальное уравнение $y'' = 2(y')^2$.

б) Найдите решение этого уравнения, удовлетворяющее условиям $y(1) = 0$, $y'(1) = -1$.

6. Десять друзей собрались пообедать за круглым столом. Но Антон опасается, что Боря болен коронавирусом, и категорически отказывается садиться рядом с ним. Сколько существует способов посадить ребят за стол? Рассадки, отличающиеся поворотом вокруг стола, считаются одинаковыми.

7. Найдите порядок матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

как элемента группы $GL_2(\mathbb{R})$ (группы невырожденных матриц размера 2×2 с операцией умножения).

8. а) При всех $x \in \mathbb{R}$ исследуйте на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n(n+1)}$.

б) Во всех точках множества сходимости этого ряда найдите его сумму.

Вступительный экзамен по математике
для поступающих в магистратуру МГУ имени М. В. Ломоносова
по направлениям «Математика», «Математика и компьютерные науки»,
«Механика и математическое моделирование»
2020 год

Вариант 2020-07-22-2

1. Напишите уравнение плоскости, проходящей через прямую, заданную каноническими уравнениями $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{1}$, и точку $(-2; 0; 5)$.

2. Функция $y = y(x)$ задана неявно уравнением $2xy + \ln(xy) = 2$. Найдите $y'(\frac{1}{2})$.

3. Найдите площадь фигуры на координатной плоскости, ограниченной кривыми

$$y = \cos \frac{\pi x}{2}, \quad x^2 = 4y + 1.$$

4. Изобразите на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих уравнению

$$|z + 1| + |z - 1| = 3.$$

5. а) Решите дифференциальное уравнение $y'' + 4(y')^2 = 0$.

б) Найдите решение этого уравнения, удовлетворяющее условиям $y(\frac{1}{2}) = 0$, $y'(\frac{1}{2}) = 1$.

6. Девять друзей собрались пообедать за круглым столом. Но Миша опасается, что Вася болен коронавирусом, и категорически отказывается садиться рядом с ним. Сколько существует способов посадить ребят за стол? Рассадки, отличающиеся поворотом вокруг стола, считаются различными.

7. Найдите порядок матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

как элемента группы $GL_2(\mathbb{R})$ (группы невырожденных матриц размера 2×2 с операцией умножения).

8. а) При всех $x \in \mathbb{R}$ исследуйте на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+2)}$.

б) Во всех точках множества сходимости этого ряда найдите его сумму.