

Вступительный экзамен по математике  
для поступающих в магистратуру МГУ имени М. В. Ломоносова  
по направлениям «Математика», «Математика и компьютерные науки»,  
«Механика и математическое моделирование»  
2020 год

**Вариант 2020-06-30-1**

1. Стрелок стреляет по мишени один раз. В случае промаха стрелок делает второй выстрел по той же мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена (либо первым, либо вторым выстрелом).
2. Найдите производную функции  $u(x, y, z) = xy^2 + z^3 - xyz$  по направлению вектора  $\{1, \sqrt{2}, 1\}$  в точке  $(1, 1, 2)$ .
3. Найдите интеграл

$$\int \sin^5 x \cos^2 x dx.$$

4. Найдите объём пирамиды с вершинами в точках  $A(1, 2, -3)$ ,  $B(4, -1, 0)$ ,  $C(0, 2, -1)$ ,  $D(4, 5, 3)$ .
5. Найдите решение дифференциального уравнения  $xy' + y = x \ln x$ , удовлетворяющее условию  $y(1) = \frac{1}{4}$ .
6. Найдите собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -4 \end{pmatrix}.$$

7. Найдите вычеты во всех особых точках функции комплексной переменной

$$f(z) = \frac{1}{z^2(z-2)}.$$

8. а) Разложите в тригонометрический ряд Фурье функцию  $g(x) = x^3 - \pi^2 x$  на промежутке  $[-\pi; \pi]$ .

б) Вычислите сумму ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^3}$ .