

Вступительный экзамен по математике  
для поступающих в магистратуру МГУ имени М. В. Ломоносова  
по направлениям «Математика», «Математика и компьютерные науки»,  
«Механика и математическое моделирование»  
2022 год

**Вариант 2022-07-23**

1. Запишите в виде произведения независимых циклов перестановку

$$\left( \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 3 & 6 & 7 & 5 & 8 & 1 & 2 \end{array} \right).$$

2. Найдите все значения  $a \in \mathbb{R}$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \operatorname{Re} z = \operatorname{Im}(z + i), \\ |z - 2i| = a \end{cases}$$

имеет единственное решение  $z \in \mathbb{C}$ .

3. Решите дифференциальное уравнение  $xy'' + y' = \ln x + 1$ .

4. По числовой прямой прыгает кузнечик. Влево он может прыгать только на 37 см, а вправо — только на 47 см. За какое наименьшее число прыжков кузнечик может оказаться на 1 см правее исходной точки?

5. Точка  $A$  лежит на параболе  $y = x^2$ , а точка  $B$  — на прямой  $y = 2x - 6$ . Найдите наименьшую длину отрезка  $AB$ .

6. Составьте многочлен  $P(x)$  наименьшей степени, для которого

$$P(-1) = -10, \quad P(2) = -1, \quad P(3) = 10, \quad P(4) = 25, \quad P(5) = 44.$$

7. Известный видеоблогер проводит стрим с 21:00 до 23:00. Петя и Вася независимо друг от друга подключаются в случайный момент стрима (каждый момент равновероятен) и слушают его в течение 30 мин, либо до окончания стрима, если подключение произошло после 22:30. Какова вероятность того, что в некоторый момент времени Петя и Вася будут смотреть стрим одновременно?

8. а) Докажите, что сходится несобственный интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 - x + 1} dx.$$

- б) Найдите значение этого интеграла.