

Вступительный экзамен по математике
для поступающих в магистратуру МГУ имени М. В. Ломоносова
по направлениям «Математика», «Математика и компьютерные науки»,
«Механика и математическое моделирование»
2021 год

Вариант 2021-07-27

1. Определите тип поверхности второго порядка, заданной уравнением

$$x^2 - 2yz - y^2 + 2x = 0.$$

2. Для функции $f(x) = (x^2 + 2x)e^{-x}$ найдите: а) производную, промежутки монотонности и точки локального экстремума; б) вторую производную, участки выпуклости и точки перегиба.

3. Решите систему линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 1, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 - 9x_2 + 17x_3 = -1. \end{cases}$$

4. Игральный кубик налит свинцом таким образом, что вероятность выпадения каждой грани пропорциональна числу очков на ней. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины, равной числу выпавших очков при бросании кубика.

5. Решите дифференциальное уравнение $\left(y^2 + 4xy - \frac{1}{x}\right) dx + \left(2x^2 + 2xy + \frac{1}{y}\right) dy = 0$.

6. Разложите функцию $f(z) = \frac{z}{z^2 - 3z + 2}$ в ряд Лорана в кольце $1 < |z| < 2$, $z \in \mathbb{C}$.

7. Вычислите предел $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(\frac{1}{n^4 + 1} + \frac{2}{n^4 + 2^4} + \frac{3}{n^4 + 3^4} + \dots + \frac{n}{n^4 + n^4} \right)$.

8. Вычислите криволинейный интеграл второго рода

$$\int_L (x^3 + 2z) dx + (y^3 + 2x) dy + (z^3 + 2y) dz,$$

где L — окружность, лежащая в пересечении сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ и плоскости $x + y + z = 0$, положительно ориентированная на верхней стороне плоскости.