

Вступительный экзамен по математике
для поступающих в магистратуру МГУ имени М. В. Ломоносова
по направлениям «Математика», «Математика и компьютерные науки»,
«Механика и математическое моделирование»
2021 год

Вариант 2021-06-29

1. Найдите $\frac{\partial F}{\partial z}$ и $\frac{\partial F}{\partial \bar{z}}$, где $F(z) = z^2 + |z|^2$, $z \in \mathbb{C}$.
2. Изоморфны ли группы $\mathbb{Z}_{12}/\mathbb{Z}_2$ и \mathbb{Z}_6 ?
3. Найдите расстояние от точки $M(3, -1, 0)$ до прямой l , лежащей в пересечении плоскостей $4x + y - 3z = 5$, $-4x + y + 3z = -9$.
4. Найдите первую квадратичную форму поверхности, заданной параметрически уравнениями $x = u \cos v$, $y = u \sin v$, $z = 5v$.
5. При всех $x > 0$ докажите неравенство $\ln(1 + x) < \frac{x}{\sqrt{1 + x}}$.
6. Имеются 4 одинаковые красные плитки размером 1×1 и 8 одинаковых белых плиток размером 1×2 . Рассматриваются всевозможные замощения полосы размером 1×13 этими плитками. Какова вероятность того, что в случайно выбранном замощении будет ровно одна красная плитка?
7. Найдите объём тела, лежащего в области $z \geq 0$ и ограниченного поверхностью

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = (x^2 - y^2)z.$$

8. Решите систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} \dot{x} = 2x - 3y, \\ \dot{y} = -x + e^t. \end{cases}$