

Вступительный экзамен по математике для поступающих  
в магистратуру механико-математического факультета  
МГУ имени М.В.Ломоносова 27.06.2019

**Вариант № 1**

1. Вычислите  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arccos x \cdot \sin^2(5x) \cdot (1 - \cos(4x))^2}{\arctg 5x \cdot \operatorname{tg}^2(6x) \cdot (e^{5x^2} - 1) \cdot \ln(1 + \sin(3x))}$ .
2. Вычислите  $\int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}(1+x)} dx$ .
3. Решите уравнение  $x dx + y dy + (x^2 + y^2)x^2 dx = 0$ .
4. Решите уравнение  $y \cdot y'' - (y')^2 = 0$ .
5. Восстановите голоморфную функцию  $f$  по условиям  $\operatorname{Re} f = x^3 + 6x^2y - 3xy^2 - 2y^3$ ,  $f(0) = 0$ .
6. Пусть  $f(z) = \frac{1}{z^2 - z + 1}$ . Найдите коэффициент ряда Тейлора этой функции при  $z^{2019}$ .
7. В пространстве вещественных многочленов на отрезке  $[-1; 1]$  степени не выше двух со скалярным произведением  $(p, q) = \int_{-1}^1 p(t)q(t) dt$  найдите матрицу Грама в базисе  $\{1, t, t^2\}$ .
8. Не находя жорданова базиса, найдите жорданову форму матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

зная, что характеристический определитель равен  $(\lambda - 1)^4$ .