

Вступительный экзамен по математике
для поступающих в магистратуру
механико-математического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова
по направлениям "Математика", "Математика и компьютерные науки",
"Механика и математическое моделирование"
2018 год

Вариант 2018-07-23-1

1. Вычислить предел последовательности

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{n+1}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{6}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2n}+\sqrt{2n+2}} \right).$$

2. Исследовать сходимость интеграла

$$\int_1^{+\infty} \ln \left(\frac{e^{1/x} + (n-1)}{n} \right) dx, \quad n > 0.$$

3. Найти точки пересечения общего перпендикуляра к скрещивающимся прямым

$$\frac{x-1}{8} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{1} \quad \text{и} \quad \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{1}$$

с этими прямыми.

4. Исследовать на совместность и решить систему уравнений в зависимости

от значений действительных параметров α и β :

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 4x_4 = \beta \\ 2x_1 + \alpha x_2 + 2x_3 = 4. \\ x_1 - 4x_2 - x_3 - 4x_4 = 3 \end{cases}$$

5. Исследовать квадратичную форму $k = \alpha x_1^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + \alpha x_2^2 + 4x_2x_3 + \alpha x_3^2$ на положительную и отрицательную определенность в зависимости от значений действительного параметра α .

6. Найти (в алгебраической форме) все комплексные корни $\sqrt[4]{-\frac{18}{1+i\sqrt{3}}}$.

7. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y'' - y = 2e^x - x^2.$$

8. Пусть $G=S_{10}$ - группа подстановок (симметрическая группа) на $\{1, 2, \dots, 10\}$, т.е. множество всех биекций на множестве $\{1, 2, \dots, 10\}$ с операцией композиции. Найти максимальный порядок элементов группы G и число элементов максимального порядка. (По определению, элемент g группы G имеет порядок n , если $g^n = 1, g^m \neq 1, m = 1, \dots, n-1$.)