

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
Механико-математический факультет

**ПРОГРАММА, ТРЕБОВАНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА
для поступающих
на магистерскую программу
«Геометрия и квантовые поля»
по направлению подготовки 01.04.01 «Математика»**

Москва

2021

1. Структура вступительного экзамена

Отбор на англоязычную магистерскую программу «Геометрия и квантовые поля» проводится на конкурсной основе и на основании результатов вступительного экзамена по математике. В целях обеспечения объективности и единообразия в оценке знаний при оценивании вступительного экзамена используются единые критерии оценки знаний. Участники конкурса упорядочиваются по убыванию полученного на экзамене результата.

Вступительный экзамен проводится для определения уровня практической и теоретической подготовки претендентов и с целью определения соответствия знаний, умений и навыков, требуемых для освоения основной образовательной программы «Геометрия и квантовые поля» по направлению 01.04.01 «Математика».

Результаты вступительного экзамена оцениваются по 100-балльной шкале. Максимальное количество баллов, которое абитуриент может получить за вступительный экзамен, составляет **100 баллов**. Минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение вступительного экзамена, составляет **50 баллов**. Абитуриент, набравший менее 50 баллов на вступительном экзамене, не участвует в конкурсе на обучение на программе магистратуры «Геометрия и квантовые поля».

Вступительный экзамен по математике состоит из двух этапов: письменного и устного. Также при приеме начисляются баллы за индивидуальные достижения. Баллы, начисленные за индивидуальные достижения, прибавляются к сумме баллов за письменный и устный этапы.

2. Программа вступительного экзамена

Программа вступительного экзамена составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, предъявляемых к подготовке поступающих в магистратуру по направлению подготовки 01.04.01 «Математика». Программа содержит перечень тем, освоение которых необходимо для успешного прохождения вступительного экзамена, список рекомендуемой литературы для подготовки.

2.1. Список тем, необходимых для прохождения вступительного экзамена

1. Functions of one and several variables. Continuity of the function. Properties of a continuous function. / Функции одной и нескольких переменных. Непрерывность функции. Свойства непрерывной функции.
2. Functions of many variables, the geometric meaning of a total differential function. Sufficient differentiability conditions. Gradient. / Функции многих переменных, полный дифференциал и его геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости. Градиент.
3. Conditions for equality of mixed partial derivatives. / Условия равенства смешанных частных производных.
4. The definite integral. Integrability of a continuous function. A primitive continuous function. / Определенный интеграл. Интегрируемость непрерывной функции. Первообразная непрерывной функции.
5. Implicit functions. Existence, continuity and differentiability of implicit functions. / Неявные функции. Существование, непрерывность и дифференцируемость неявных функций.
6. Numerical series. Convergence of series. The Cauchy convergence criterion. Sufficient signs of convergence. / Числовые ряды. Сходимость рядов. Критерий сходимости Коши. Достаточные признаки сходимости.

7. Absolute and conditional convergence of the series. Properties of absolutely convergent series. Multiplication of series. / Абсолютная и условная сходимость ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Умножение рядов.
8. Power series in the real and complex domain. Radius of convergence, properties of power series (directed integration, differentiation). Decomposition of elementary functions. / Степенные ряды в действительной и комплексной области. Радиус сходимости, свойства степенных рядов (почленное интегрирование, дифференцирование). Разложение элементарных функций.
9. Fourier series. Sufficient conditions for the representability of a function by a Fourier series. / Ряды Фурье. Достаточные условия представимости функции рядом Фурье.
10. Ostrogradsky and Stokes theorems. Divergence. A whirlwind. / Теоремы Остроградского и Стокса. Дивергенция. Вихрь.
11. Linear spaces, their subspaces. Basis. Dimension. The rank theorem. A system of linear equations. Geometric interpretation of a system of linear equations. A fundamental system of solutions to a system of homogeneous linear equations. The Kronecker-Capelli theorem. / Линейные пространства, их подпространства. Базис. Размерность. Теорема о ранге матрицы. Система линейных уравнений. Геометрическая интерпретация системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений системы однородных линейных уравнений. Теорема Кронекера - Капелли.
12. Bilinear and quadratic functions and forms in linear spaces and their matrices. Bringing to a normal appearance. Law of inertia. / Билинейные и квадратичные функции и формы в линейных пространствах и их матрицы. Приведение к нормальному виду. Закон инерции.
13. Linear transformations of linear space, their assignment by matrices. Characteristic polynomial in a linear transformation. Eigenvectors and eigenvalues, the connection of the latter with characteristic roots. / Линейные преобразования линейного пространства, их задания матрицами. Характеристический многочлен линейного преобразования. Собственные векторы и собственные значения, связь последних с характеристическими корнями.
14. Euclidean space. Orthonormal bases. Orthogonal matrices. Symmetric transformations. Reduction of the quadratic shape to principal axes. / Евклидово пространство. Ортонормированные базисы. Ортогональные матрицы. Симметрические преобразования. Приведение квадратичной формы к главным осям.
15. Groups, subgroups, adjacency classes, Lagrange theorem. The order of the element. Cyclic groups. / Группы, подгруппы, классы смежности, теорема Лагранжа. Порядок элемента. Циклические группы.
16. Group actions on sets, orbits, and stabilizers. / Действие группы на множестве, орбиты и стабилизаторы.
17. Normal subgroups, factor groups. The homomorphism theorem. / Действие группы на множестве, орбиты и стабилизаторы.
18. First order differential equation. The theorem on the existence and uniqueness of the solution. 18. Differential equation of the first order. Existence and uniqueness theorem. / Дифференциальное уравнение первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения.
19. Second-order linear differential equation. Linear homogeneous equation. Linear dependence of functions. A fundamental system of solutions. Vronsky's determinant. Nonhomogeneous linear equation. / Линейное дифференциальное уравнение второго порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная зависимость функций. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Линейное неоднородное уравнение.

20. Linear differential equation with constant coefficients: homogeneous and nonhomogeneous. / Линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами: однородное и неоднородное.
21. Functions of a complex variable. Cauchy-Riemann conditions. / Функции комплексного переменного. Условия Коши - Римана.
22. Elementary functions of a complex variable and the conformal maps they give. / Элементарные функции комплексного переменного и даваемые ими конформные отображения.
23. Cauchy's theorem on the closed-loop integral. Cauchy integral. Taylor series. / Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора.
24. Laurent series. A pole and an essentially singular point. Deductions. / Ряд Лорана. Полус и существенно особая точка. Вычеты.
25. The concept of a random variable and a random process. Probability. Mathematical expectation, variance. / Понятие случайной величины и случайного процесса. Вероятность. Математическое ожидание, дисперсия.
26. Dynamics of a material point. Newton's laws. / Динамика материальной точки. Законы Ньютона.
27. Dynamics of a material point. Conservation laws. / Динамика системы материальных точек. Законы сохранения.
28. Movement in a centrally symmetric field. Kepler's laws. / Движение в центрально-симметричном поле. Законы Кеплера.
29. Lagrange function and Euler-Lagrange equations of a system of material points. Integrals of motion. / Функция Лагранжа и уравнения Эйлера-Лагранжа системы материальных точек. Интегралы движения.
30. Rigid body dynamics. The inertia tensor. / Динамика абсолютно твердого тела. Тензор инерции.
31. Oscillations of systems with one and many degrees of freedom. Free and forced vibrations. / Колебания систем с одной и многими степенями свободы. Свободные и вынужденные колебания.
32. Hamilton's canonical equations. Phase space and Poisson brackets. / Канонические уравнения Гамильтона. Фазовое пространство и скобки Пуассона.
33. Fundamentals of the special theory of relativity. Lorentz transformations. / Основы специальной теории относительности. Преобразования Лоренца.
34. Electrostatic field. Coulomb's law. The Gauss theorem. / Электростатическое поле. Закон Кулона. Теорема Гаусса.
35. Static magnetic field. The Biot-Savart-Laplace law. / Статическое магнитное поле. Закон Био-Савара-Лапласа
36. Maxwell's equation in a vacuum. Scalar and vector potentials. / Уравнение Максвелла в вакууме. Скалярный и векторный потенциалы.
37. The energy of the electromagnetic field. The Poynting vector. / Энергия электромагнитного поля. Вектор Пойнтинга.
38. Electromagnetic waves. / Электромагнитные волны.
39. Motion of a charged particle in an electromagnetic field. / Движение заряженной частицы в электромагнитном поле.
40. Postulates of quantum mechanics. Wave function. / Основные постулаты квантовой механики. Волновая функция.
41. The uncertainty principle. / Принцип неопределенности.

42. Description of the evolution of quantum mechanical systems. Schrödinger equation. Stationary states. / Описание эволюции квантовомеханических систем. Уравнение Шредингера. Стационарные состояния.
43. Linear quantum harmonic oscillator. / Линейный квантовый гармонический осциллятор.
44. Angular momentum. Addition of Angular Momenta. / Угловой момент. Сложение моментов.
45. Movement in the central field. The hydrogen atom: wave functions and energy levels. / Движение в центральном поле. Атом водорода: волновые функции и уровни энергии.
46. Systems of identical particles. Bosons and fermions. Pauli's principle./Системы тождественных частиц. Бозоны и фермионы. Принцип Паули.
47. Theory of elastic scattering. Born approximation. / Теория упругого рассеяния. Борновское приближение.

2.2. Список рекомендованной литературы

- W. Rudin, *Principles of Mathematical Anal* / У. Рудин, Основы математического анализа.
- V. A. Zorich, *Mathematical Analysis I and II*. / Зорич В.А., Математический анализ. В 2-х частях.
- Paul R. Halmos, *Finite Dimensional Vector Spaces*. / П. Халмош, Конечномерные векторные пространства.
- Israël M. Gelfand, *Lectures on Linear Algebra*. / И.М. Гельфанд, Лекции по линейной алгебре.
- Igor R. Shafarevich, Alexey Remizov, *Linear Algebra and Geometry*. / Шафаревич И.Р., Ремизов А.О., Линейная алгебра и геометрия.
- E. B. Vinberg, *A Course in Algebra*. / Винберг Э.Б., Курс Алгебры.
- Serge Lang, *Complex analysis*. / С. Ленг, Комплексный анализ.
- Landau L.D., Lifshitz E.M. *Course of Theoretical Physics. Vol 1: Mechanics*. / Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Том 1: Механика.
- Sivukhin D.V. *General Physics Course. Textbook in 5 volumes. Vol.1: Mechanics*. / Сивухин Д. В. Общий курс физики: учебное пособие. В 5 т. Том 1. Механика.
- Landau L.D., Lifshitz E.M. *The Classical Theory of Fields*. / Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля.
- Tamm I.E. *Fundamentals of the Theory of Electricity*. / Тамм И.Е. Основы теории электричества.
- Sivukhin D.V. *General Physics Course. Textbook in 5 volumes. Vol.3: Electricity*. / Сивухин Д. В. Общий курс физики: учебное пособие. В 5 т. Том 3. Электричество.
- Denisov V.I. *Lectures on Electrodynamics*. / Денисов В.И. Лекции по электродинамике.
- Landau L.D., Lifshitz E.M. *Course of Theoretical Physics. Vol 3: Quantum Mechanics*. / Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика.
- Elyutin P.V., Krivchenkov V.D. *Quantum Mechanics*. / Елютин П.В., Кривченков В.Д. Квантовая механика.
- Takhtadzhayan L.A., *Quantum Mechanics for Mathematicians*. / Тахтаджян Л.А., Квантовая механика для математиков.
- Faddeev L.D., Yakubovsky O.A. *Lectures on Quantum Mechanics for Mathematics Students*. / Фаддеев Л. Д., Якубовский О. А. Лекции по. Квантовой механике для студентов-математиков.
- J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics*. / Дж. Джексон, Классическая электродинамика.
- J. J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics*. / Дж.Дж. Сакураи, Современная квантовая механика.

- R. Shankar, *Principles of Quantum Mechanics*. / Р. Шанкар, Принципы квантовой механики.
- H. Goldstein, *Classical Mechanics*. / Г. Гольштейн, Классическая механика.
- D. Morin, *Introduction to Classical Mechanics: With Problems and Solutions*. / Д. Морин, Введение в классическую механику: задачи и решения.
- D. J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics*. / Д. Дж. Гриффитс, Введение в электродинамику.
- D. J. Griffiths, *Introduction to Quantum Mechanics*. / (Д. Дж. Гриффитс, Введение в квантовую механику.

3. Письменный этап

Письменный этап экзамена проводится до устного этапа. Письменный этап состоит в подготовке письменной работы. Письменная работа выполняется на английском языке и направляется в электронном виде на электронный адрес приемной комиссии admissions@itmp.msu.ru до 23:59 часов последнего дня приема письменных работ, установленного приемной комиссией.

Письменная работа представляет собой краткое резюме (результаты) научно-исследовательской работы абитуриента, в частности, выпускной квалификационной работы (бакалаврской диссертации) или научной публикации.

Основными разделами письменной работы являются:

- общий контекст исследования;
- постановка задачи и ее мотивация. актуальность;
- полученные результаты;
- используемые методы и подходы;
- возможные приложения;
- потенциал дальнейших исследований и приложений.

Письменную работу необходимо предоставить в электронном виде, в формате PDF с указанием фамилии абитуриента. Требования к оформлению: не более трех страниц печатного текста, шрифт Times New Roman, 12 кегль, полуторный интервал между строк. Литературные источники оформляются в библиографический список в соответствии с нормами, принятыми в академической и профессиональной среде.

При оценивании письменной работы учитываются:

- результаты научной деятельности абитуриента, отраженные в письменной работе, оригинальность исследования (наличие самостоятельно полученных результатов, рассмотренных новых примеров и т.п.);
- знакомство с ключевыми проблемами современной теоретической физики и математики, связанными с тематикой программы, актуальность темы исследования, знакомство с научной литературой по теме исследования;
- наличие возможных приложений и/или дальнейшего развития исследования;
- соответствие стандартам представления научной работы, принятым в научном сообществе;
- владение математическими методами, применяемыми в области научно-исследовательской работы абитуриента;
- логика изложения, продуманность композиции работы;
- отсутствие некорректного заимствования идей, методологий (плагиата).

4. Устный этап

Устный этап экзамена проводится в очной форме с использованием дистанционных Интернет-технологий. Время устного экзамена для каждого участника определяется индивидуально.

Во время устной части экзамена, абитуриенту будут заданы не менее двух обязательных вопросов и не менее одной задачи, позволяющих кандидату раскрыть свой потенциал и представить себя приемной комиссии.

Обязательные вопросы включают в себя:

- вопрос по программе на усмотрение экзаменационной комиссии;
- вопрос о вступительной письменной работе, представленной на письменном туре;
- задачи по программе;
- дополнительные вопросы о научно-исследовательской работе (квалификационной работе) абитуриента, ранее изучаемых предметах по направлению подготовки;
- дополнительные вопросы на усмотрение приемной комиссии по итогам ответа абитуриента.

По итогам опроса каждого кандидата составляется протокол устного ответа.

Во время устной части экзамена абитуриент имеет право представить презентацию размером не более 5-10 слайдов, включающую материалы, необходимые для представления своего научно-исследовательского проекта.

При оценивании устного этапа учитываются:

- Владение основными понятиями и терминологией по направлению подготовки.
- Способность систематически изложить материал. В том числе, четко сформулировать решаемую задачу, дать необходимые определения, сформулировать утверждения и сделать выводы.
- Знание математических методов и умение применять их в решении конкретных задач, по направлению подготовки
- Умение критически анализировать и структурировано представлять результаты научно-исследовательской работы.
- Владение навыками решения задач (оценивается на основе решения задачи во время экзамена).
- Способность давать четкие и содержательные ответы, на задаваемые экзаменаторами вопросы. Умение участвовать в полемике.

5. Индивидуальные достижения абитуриента

Поступающие на обучение вправе предоставить сведения о своих индивидуальных достижениях, результаты которых учитываются при приеме на обучение.

Подтверждения индивидуальных достижений предоставляются в электронном виде и направляются на электронный адрес приемной комиссии admissions@itmp.msu.ru до 23:59 часов последнего дня приема документов на обучение на программе. Официальные документы, сертификаты и иные материалы предоставляются в четко читаемых копиях. Если язык документа отличается от русского или английского, необходимо предоставить перевод на один из этих языков.

Учитываются следующие индивидуальные достижения, подтвержденные соответствующими документами:

- Диплом с высокой степенью отличия (GPA 4, 2:1). По британской системе не менее «отличие второго класса, верхний уровень» (Upper Second Class Honours 2:1). По американской системе средний балл (GPA) оценки не менее 4.
- Диплом университета, входящего в топ-100 предметных рейтингов по направлениям «Математика», «Физика» за последние три года. Учитываются предметные рейтинги: Academic ranking of World Universities (ARWU), QS World University Rankings, Times Higher Education (THE).
- Публикации и доклады. Учитываются опубликованные или принятые к публикации научные работы (статьи, тезисы докладов). Подтверждается предоставлением копии статьи или

- справки из редакции, сертификата, опубликованных тезисов со ссылкой на открытый источник.
- Наличие соответствующих направлению подготовки публикаций в изданиях, индексируемых в Web of Science, Core Collection, MathSciNet, SCOPUS.
 - Наличие соответствующих направлению подготовки публикаций в изданиях из прочих наукометрических баз.
 - Наличие соответствующих направлению подготовки публикаций на arXiv.
 - Доклад на конференциях, рабочих совещаниях (workshop), научных семинарах по тематике программы.
 - Участие в научных мероприятиях (летние/зимние школы, студенческие конференции и т.п.), по тематике программы. Подтверждается предоставлением ссылки на сайт мероприятия со списком участников, копией диплома участника, сертификата и т.п.
 - Именная стипендия или академическая награда (знака отличия) за академические достижения следующего уровня: Президентские награды; Dean's list honor.
 - Диплом победителя (лауреата) национальной и(или) международной олимпиады по направлению подготовки.
 - Диплом призера (дипломанта 2-3 степени) национальной и(или) международной олимпиады по направлению подготовки.
 - Рекомендательное письмо, подтверждающее исключительные характеристики кандидата. Рекомендательное письмо, выражающее исключительную поддержку кандидатуры абитуриента от лица, являющегося признанным авторитетом и/или международным экспертом по направлению либо по теме квалификационной работы. Рекомендатель должен иметь степень не ниже кандидата наук или PhD по направлению программы.
 - Владение английским языком, подтвержденное международным сертификатом. Если английский язык является родным языком кандидата либо языком предыдущей образовательной программы, то предоставление сертификата не требуется. GMAT не принимается в качестве подтверждения знания английского языка. Тип международного сертификата по английскому языку и минимальный балл, удостоверяющий владение абитуриентом английским языком на уровне, достаточном для освоения программы: IELTS Academic (от 5 баллов), TOEFL Internet based (от 72 баллов), TOEFL Paper based (от 550 баллов), TOEFL Computer based (от 200 баллов), Cambridge FCE, CAE, CPE, BEC Higher (Business English Certificate), GRE general (от 140 баллов, verbal reasoning), CET-6 (от 430 баллов), CERT/TELC (от B2 баллов), TOEIC (от 650 баллов), Pearson Test of English Academic (от 63 баллов).